

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

Вариант МА90004

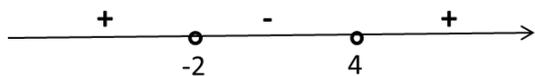
Модуль «Алгебра»

21 Решите неравенство $\frac{12}{(x-1)^2 - 9} \geq 0$.

Решение.

$$\frac{12}{(x-1)^2 - 9} \geq 0; \quad \frac{12}{(x-4)(x+2)} \geq 0.$$

Решаем неравенство методом интервалов: $x \neq 4$, $x \neq -2$.



Получим $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера или описка, с её учетом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
2	Максимальный балл

22 Свежие фрукты содержат 82% воды, а высушенные — 20%. Сколько сухих фруктов получится из 100 кг свежих фруктов?

Решение.

Свежие фрукты содержат 18% питательного вещества, а высушенные — 80%. В 100 кг свежих фруктов содержится $0,18 \cdot 100 = 18$ кг питательного вещества. Такое количество питательного вещества будет содержаться в $\frac{18}{0,8} = 22,5$ кг высушенных фруктов.

Ответ: 22,5 кг.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно составлена математическая модель, получен верный ответ
1	Правильно составлена математическая модель, но при решении допущена вычислительная ошибка, с её учетом решение доведено до ответа
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

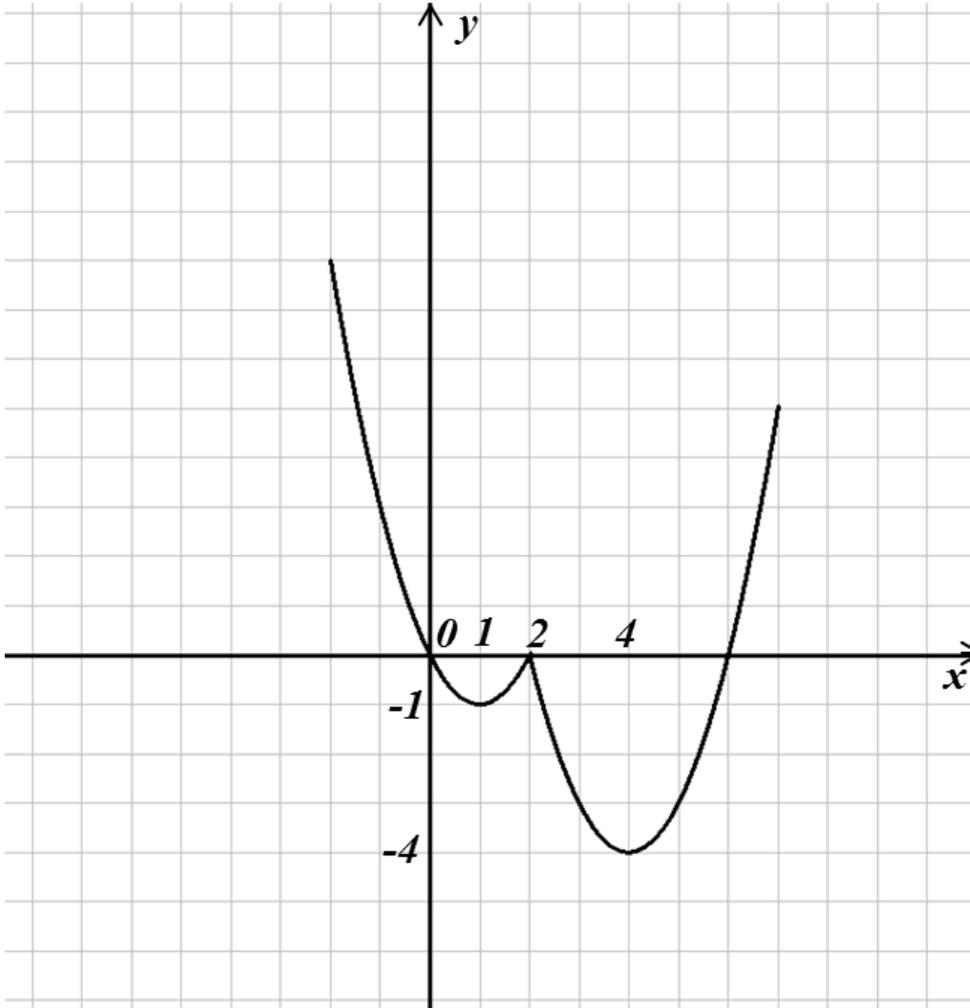
Постройте график функции $y = x^2 - 5x - 3|x - 2| + 6$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

Раскрывая модуль, получаем, что график функции совпадает с графиком кусочно-заданной

$$\text{функции } y = \begin{cases} x^2 - 8x + 12, & \text{если } x \geq 2, \\ x^2 - 2x, & \text{если } x < 2. \end{cases}$$

График изображен на рисунке.



Прямая $y = m$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $m = -1$ и $m = 0$.

Ответ: $m = -1$ и $m = 0$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	График построен правильно, верно указаны все значения m
1	График построен правильно, указаны не все верные значения m
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
2	Максимальный балл

24

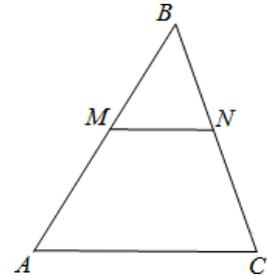
Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 17$, $AC = 51$, $NC = 32$.

Решение.

Рассмотрим треугольники ABC и MBN : углы BMN и BAC равны как соответственные при параллельных прямых, угол B — общий, следовательно, эти

треугольники подобны, откуда, $\frac{BC}{BN} = \frac{AB}{BM} = \frac{AC}{MN}$. Найдём BN :

$$\frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN}, \quad \frac{BN + NC}{BN} = \frac{51}{17}, \quad 3BN = BN + 32, \quad BN = 16.$$



Ответ: 16.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

25

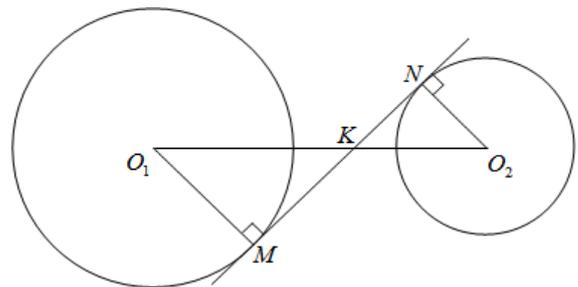
Окружности с центрами в точках O_1 и O_2 не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m:n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m:n$.

Доказательство.

Пусть $\frac{O_1K}{O_2K} = \frac{m}{n}$. Рассмотрим треугольники

O_1KM и O_2KN : они прямоугольные, углы O_1KM и NKO_2 равны как вертикальные, следовательно,

треугольники подобны, откуда $\frac{O_1M}{O_2N} = \frac{O_1K}{O_2K} = \frac{m}{n}$.



Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 8 и 10, а основание BC равно 2. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

Решение.

Точка M - середина AB , проведем через точку M среднюю линию MK .

$\angle KMD = \angle MDA$ - как накрест лежащие.

$\angle MDK = \angle MDA$ - так как DM - биссектриса угла ADK .

Следовательно, $\angle KMD = \angle MDK$ и треугольник MDK - равнобедренный.

Отсюда, $MK = KD = \frac{CD}{2} = 5$.

То есть средняя линия трапеции равна 5.

Запишем выражение для средней

линии: $\frac{AD + BC}{2} = 5$, $\frac{AD + 2}{2} = 5$, $AD = 8$

Найдем высоту трапеции.

Опустим перпендикуляры BL и CN на основание AD . Пусть $AL = x$, $LN = 2$.

Тогда $ND = 8 - 2 - x = 6 - x$.

Из прямоугольных треугольников ABL и NCD выразим высоту h :

$$h^2 = 8^2 - x^2 = 10^2 - (6 - x)^2$$

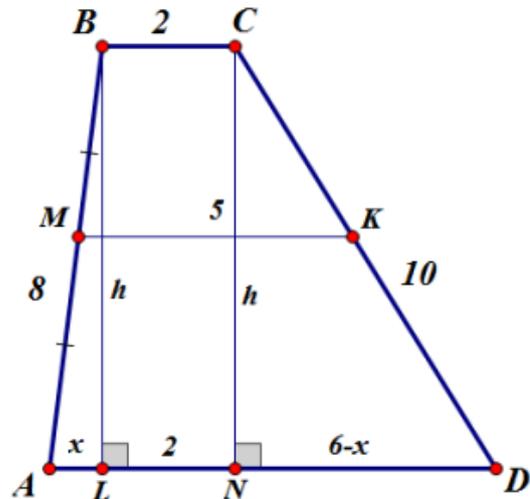
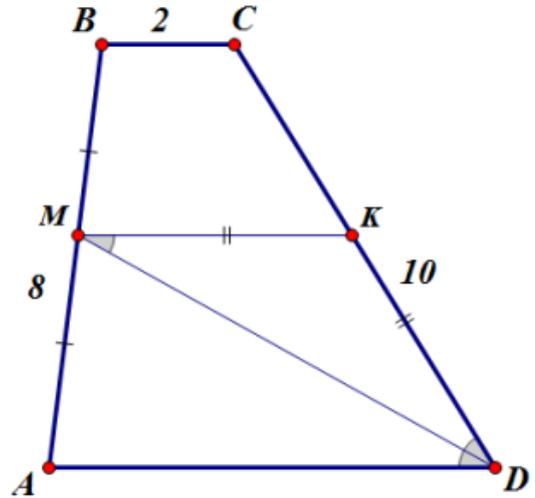
Решим уравнение относительно x .

Отсюда $x = 0$, следовательно, трапеция

прямоугольная:

$$\angle BAL = 90^\circ \text{ и } h = AB = 8$$

$$S = MK \cdot h = 5 \cdot 8 = 40.$$



Ответ: 40.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, чертеж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

НОМЕРА	ОТВЕТЫ
1	0,4
2	4
3	4
4	7,5
5	12
6	7
7	-1,8
8	3
9	30
10	101
11	56
12	2,5
13	13
14	5 700
15	380
16	20
17	5
18	34
19	0,98
20	3