

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

Вариант МА90003

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^2 - 2x + \sqrt{2-x} = \sqrt{2-x} + 3$.

Решение.

$$x^2 - 2x + \sqrt{2-x} = \sqrt{2-x} + 3$$

1) $2-x \geq 0, x \leq 2$.

2) Перейдем к равносильному уравнению: $x^2 - 2x = 3, x^2 - 2x - 3 = 0$.

Корни уравнения $x = 3$ и $x = -1$.

Условию $x \leq 2$ удовлетворяет только $x = -1$.

Ответ: -1 .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ. |
| 1 | Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера или описка, с её учетом дальнейшие шаги выполнены верно. |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям. |
| 2 | Максимальный балл |

22 Два велосипедиста одновременно отправляются в 180-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 5 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым.

Решение.

Пусть скорость второго велосипедиста равна x км/ч, тогда скорость первого велосипедиста равна $(x + 5)$ км/ч. Время движения второго велосипедиста $\frac{180}{x}$ ч на 3 часа больше времени движе-

ния первого $\frac{180}{x+5}$ ч. Составим уравнение и решим его:

$$\frac{180}{x+5} + 3 = \frac{180}{x}; \quad \frac{180 + 3x + 15}{x+5} = \frac{180}{x}; \quad 195x + 3x^2 = 180x + 900; \quad 3x^2 + 15x - 900 = 0;$$

$$x^2 + 5x - 300 = 0; \quad x = -20 \text{ и } x = 15.$$

По условию задачи нам подходят только положительные корни, поэтому скорость второго велосипедиста равна 15 км/ч, а первого велосипедиста 20 км/ч.

Ответ: 20 км/ч.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Правильно составлена математическая модель, получен верный ответ. |
| 1 | Правильно составлена математическая модель, но при решении допущена вычислительная ошибка, с её учетом решение доведено до ответа. |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям. |
| 2 | Максимальный балл |

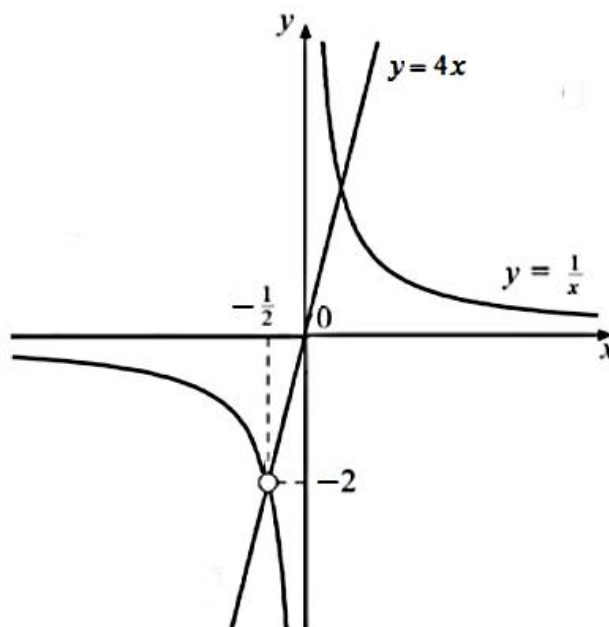
- 23 Постройте график функции $y = \frac{2x+1}{2x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

При $x \neq -0,5$ и $x \neq 0$ имеем: $y = \frac{2x+1}{2x^2+x} = \frac{2x+1}{x(2x+1)} = \frac{1}{x}$.

Поэтому график заданной функции представляет собой гиперболу, с выколотой точкой $(-0,5; -2)$. Прямая $y = kx$ будет иметь с графиком одну общую точку, если пройдет через выколотую точку.

Тогда $k = \frac{-2}{-0,5} = 4$, и уравнение прямой примет вид: $y = 4x$.



Ответ: $k = 4$.

| Баллы | Критерии оценивания выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | График построен правильно, верно указаны все значения k . |
| 1 | График построен правильно, указаны не все верные значения k . |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям. |
| 2 | Максимальный балл |

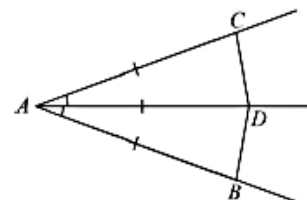
| |
|---------------------------|
| Модуль «Геометрия» |
|---------------------------|

- 24 На сторонах угла BAC , равного 40° , и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Определите величину угла BDC .

Решение.

Имеем $\angle CAD = 40^\circ : 2 = 20^\circ$; $\triangle CDA$ равнобедренный, $\angle CDA = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$; $\triangle CAD = \triangle BAD$ по сторонам и углу между ними, поэтому $\angle BDA = \angle CDA$; $\angle BDC = 2 \cdot 80^\circ = 160^\circ$.

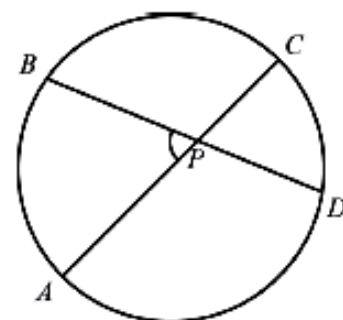
двум



Ответ: 160° .

| Баллы | Критерии оценивания выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Получен верный обоснованный ответ. |
| 1 | При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу. |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям. |
| 2 | Максимальный балл |

- 25 В окружности проведены хорды AC и BD так, что они пересекаются в точке P (см. рис.). Докажите, что угол APB равен полусумме угловых величин дуг AB и CD .



Доказательство.

Угол APB внешний для треугольника APD , значит, $\angle APB = \angle PAD + \angle PDA$. Угол PAD вписанный и опирается на дугу CD , следовательно, $\angle PAD = \frac{1}{2} \cup CD$. Аналогично

$$\angle PDA = \frac{1}{2} \cup AB. \text{ Таким образом, } \angle APB = \frac{\cup AB + \cup CD}{2}.$$

| Баллы | Критерии оценивания выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | Доказательство верное, все шаги обоснованы |
| 1 | Доказательство в целом верное, но содержит неточности |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

26 В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AD > BC$) на диагонали AC выбрана точка E так, что $BE \parallel CD$. Площадь треугольника ABC равна 10. Найдите площадь треугольника DEC .

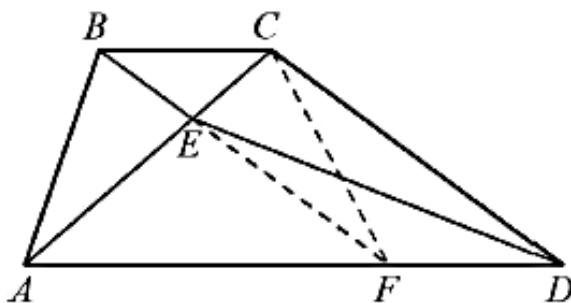
Решение.

Пусть F – точка пересечения прямых BE и AD , тогда $BCDF$ – параллелограмм (см. рис.).

Следовательно, $S_{ABC} = S_{FBC} = \frac{1}{2} S_{BCDF}$. Так как треугольник DEC и параллелограмм $BCDF$

имеют одно и то же основание DC и общую высоту, проведенную к DC , $S_{DEC} = \frac{1}{2} S_{BCDF}$.

Значит, $S_{DEC} = S_{ABC} = 10$.



Ответ: 10.

| Баллы | Критерии оценивания выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ. |
| 1 | Ход решения верный, чертеж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка. |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям. |
| 2 | Максимальный балл |

| НОМЕРА | ОТВЕТЫ |
|---------------|---------------|
| 1 | 2,2 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | -3,6 |
| 5 | 142 |
| 6 | 62 |
| 7 | 14 |
| 8 | 4 |
| 9 | 106 |
| 10 | 12 |
| 11 | 15 |
| 12 | 5 |
| 13 | 12 |
| 14 | 2 |
| 15 | 6 |
| 16 | 1850 |
| 17 | 391 |
| 18 | 4 |
| 19 | 0,3 |
| 20 | 12 |