

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

Вариант МА90004

Модуль «Алгебра»

21

Решите неравенство $x^2 - 2x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 35$.

Решение.

$$x^2 - 2x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 35$$

1) $6-x \geq 0$, $x \leq 6$.

2) *Перейдем к равносильному уравнению:* $x^2 - 2x = 35$, $x^2 - 2x - 35 = 0$.

Корни уравнения $x = 7$ и $x = -5$.

Условию $x \leq 6$ *удовлетворяет только* $x = -5$.

Ответ: -5 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ.
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера или описка, с её учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Два велосипедиста одновременно отправились в 88-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Пусть x км/ч – скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым, тогда скорость первого велосипедиста равна $(x + 3)$ км/ч. Первый велосипедист прибыл к финишу на 3 часа раньше второго, отсюда имеем:

$$\frac{88}{x} = \frac{88}{x+3} + 3; \quad \frac{88}{x} = \frac{88+3x+9}{x+3}; \quad 88x+3 \cdot 88 = 88x+3x^2+9x; \quad x^2+3x-88=0;$$
$$x=8 \quad \text{и} \quad x=-11.$$

По условию задачи нам подходят только положительные корни.

Таким образом, скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым, равна 8 км/ч.

Ответ: 8 км /ч.

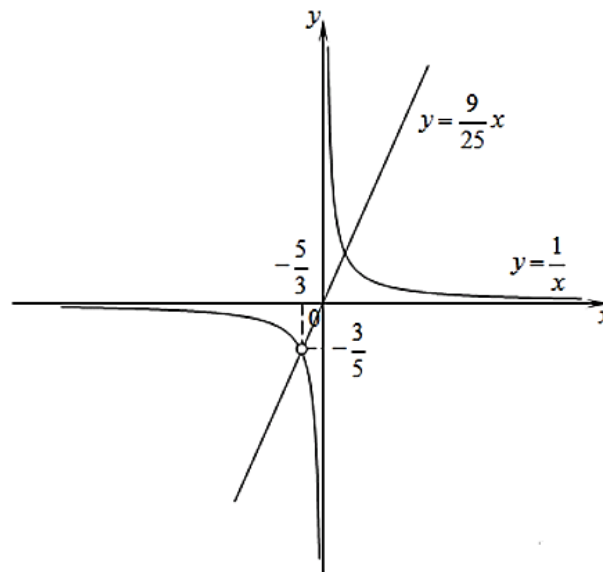
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно составлена математическая модель, получен верный ответ.
1	Правильно составлена математическая модель, но при решении допущена вычислительная ошибка, с её учетом решение доведено до ответа.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	Максимальный балл

- 23 Постройте график функции $y = \frac{3x+5}{3x^2+5x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

При $x \neq -\frac{5}{3}$ и $x \neq 0$ имеем: $y = \frac{3x+5}{3x^2+5x} = \frac{3x+5}{x(3x+5)} = \frac{1}{x}$.

Поэтому график заданной функции представляет собой гиперболу, с выколотой точкой $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{5}\right)$. Прямая $y = kx$ будет иметь с графиком одну общую точку, если пройдет через выколотую точку. Тогда $k = -\frac{3}{5} : \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{9}{25}$, и уравнение прямой примет вид: $y = \frac{9}{25}x$.



Ответ: $k = \frac{9}{25}$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	График построен правильно, верно указаны все значения k .
1	График построен правильно, указаны не все верные значения k .
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.
2	Максимальный балл

24

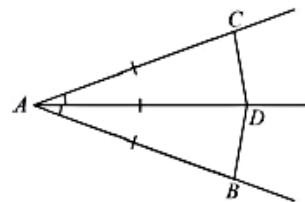
На сторонах угла BAC и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Величина угла BDC равна 140° . Определите величину угла BAC .

Решение.

Треугольники ADB и ACD равнобедренные и равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно,

$$\angle ACD = \angle CDA = \angle ADB = \angle ABD = 70^\circ;$$

$$\angle BAC = 360^\circ - 4 \cdot 70^\circ = 80^\circ.$$

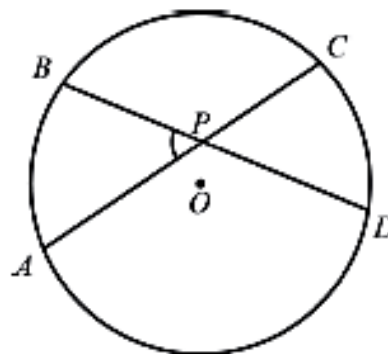


Ответ: 80° .

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ.
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	Максимальный балл

25

В окружности с центром O проведены хорды AC и BD так, что они пересекаются в точке P (см. рис.). Докажите, что угол APB равен полусумме углов AOB и COD .



Доказательство.

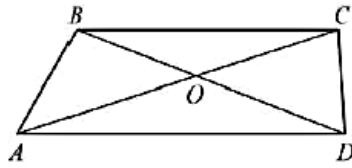
Угол APB внешний для треугольника APD , значит, $\angle APB = \angle PAD + \angle PDA$. Угол PAD вписанный и опирается на дугу CD , следовательно, он равен половине центрального угла COD . Аналогично угол PDA равен половине центрального угла BOA . Таким образом,

$$\angle APB = \frac{\angle COD + \angle AOB}{2}.$$

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 16 см^2 и 9 см^2 . Найдите площадь трапеции.

Решение.



По условию $S_{AOD} \neq S_{BOC}$, поэтому AD и BC являются не боковыми сторонами, а основаниями трапеции. Тогда треугольники AOD и BOC подобны по двум углам, а отношение их площадей равно квадрату коэффициента подобия k . Поэтому

$k = \frac{4}{3} = \frac{AO}{OC}$. Поскольку треугольники ABO и CBO имеют общую высоту, проведенную из вершины B , отношение их площадей равно отношению их оснований, т.е.

$$\frac{S_{ABO}}{S_{CBO}} = \frac{AO}{OC} = \frac{4}{3}. \text{ Значит, } S_{ABO} = \frac{4}{3} S_{BOC} = \frac{4}{3} \cdot 9 = 12.$$

Площади треугольников ABD и ACD равны, так как эти треугольники имеют общее основание AD , и их высоты, проведенные к этому основанию, равны как высоты трапеции, следовательно, $S_{AOB} = S_{ABD} - S_{AOD} = S_{ACD} - S_{AOD} = S_{COD}$.

Поэтому и $S_{COD} = 12$; $S_{ABCD} = 9 + 16 + 12 + 12 = 49 \text{ см}^2$.

Ответ: 49 см^2 .

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
1	Ход решения верный, чертеж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	Максимальный балл

НОМЕРА	ОТВЕТЫ
1	-1
2	3
3	3
4	5
5	321
6	18
7	-1,8
8	3
9	10
10	26
11	1092
12	2,5
13	3
14	3
15	3
16	20
17	5
18	170
19	0,05
20	-14,4