ОГЭ 2018,
24-26 задачи

ОБЩИЕ ПОДХОДЫ К ПРОВЕРКЕ И ОЦЕНКЕ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

Требования к выполнению заданий с развернутым ответом заключаются в следующем: решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося.

Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным.

Не следует требовать от учащихся слишком подробных комментариев (например, описания алгоритмов).

Лаконичное решение, не содержащее неверных утверждений, все выкладки которого правильны, следует рассматривать как решение без недочетов.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ № 24

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ № 25

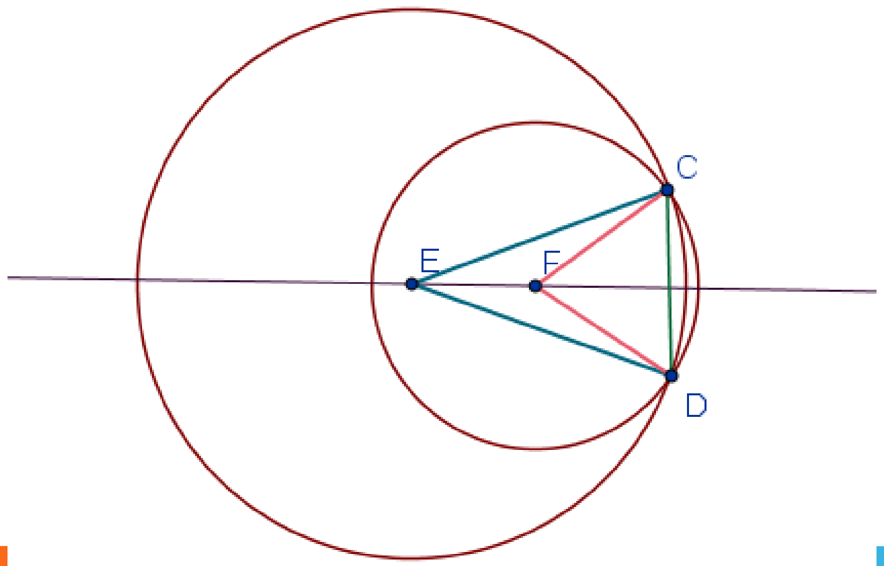
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ № 26

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

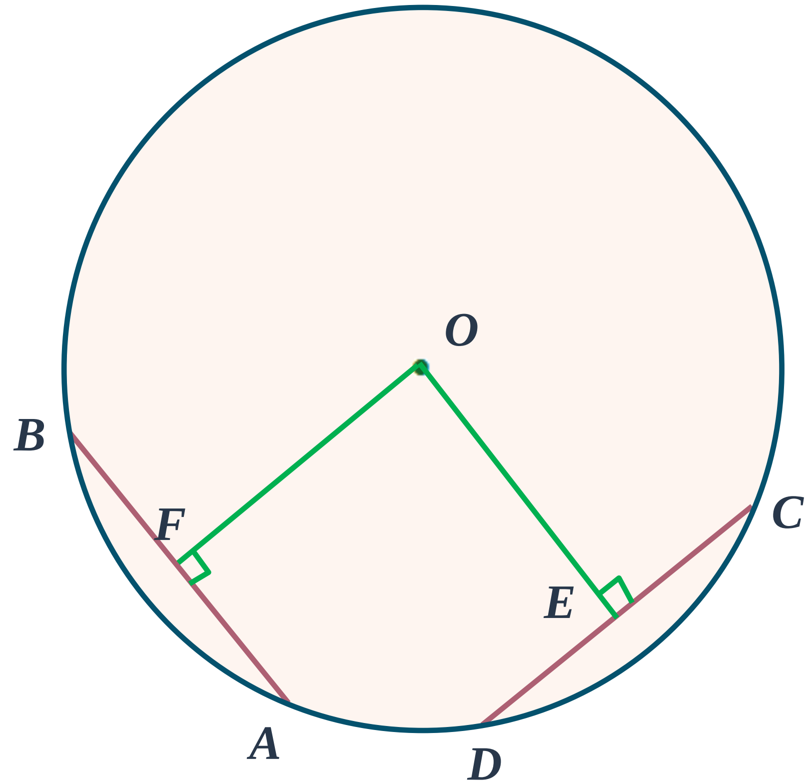
№ 25 ЗАДАЧИ НА ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Пример 1. Две окружности с центрами *E* и *F* пересекаются в точках *C* и *D*, центры *E* и *F* лежат по одну сторону относительно прямой *CD*. Докажите, что прямая *CD* перпендикулярна прямой *EF*.



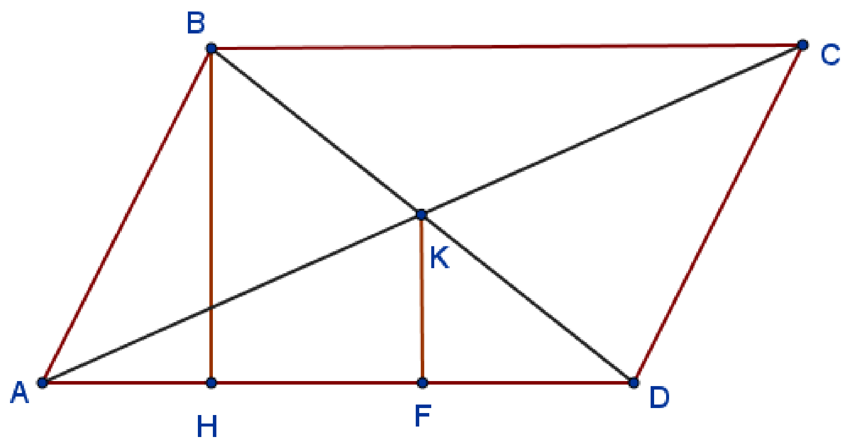
Обратить внимание: доказательство принадлежности точек E, F одной прямой обязательно

ПРИМЕР 2. В окружности с центром O проведены две равные хорды AB и CD. На эти хорды опущены перпендикуляры OF и OE. Докажите, что OF и OE равны.



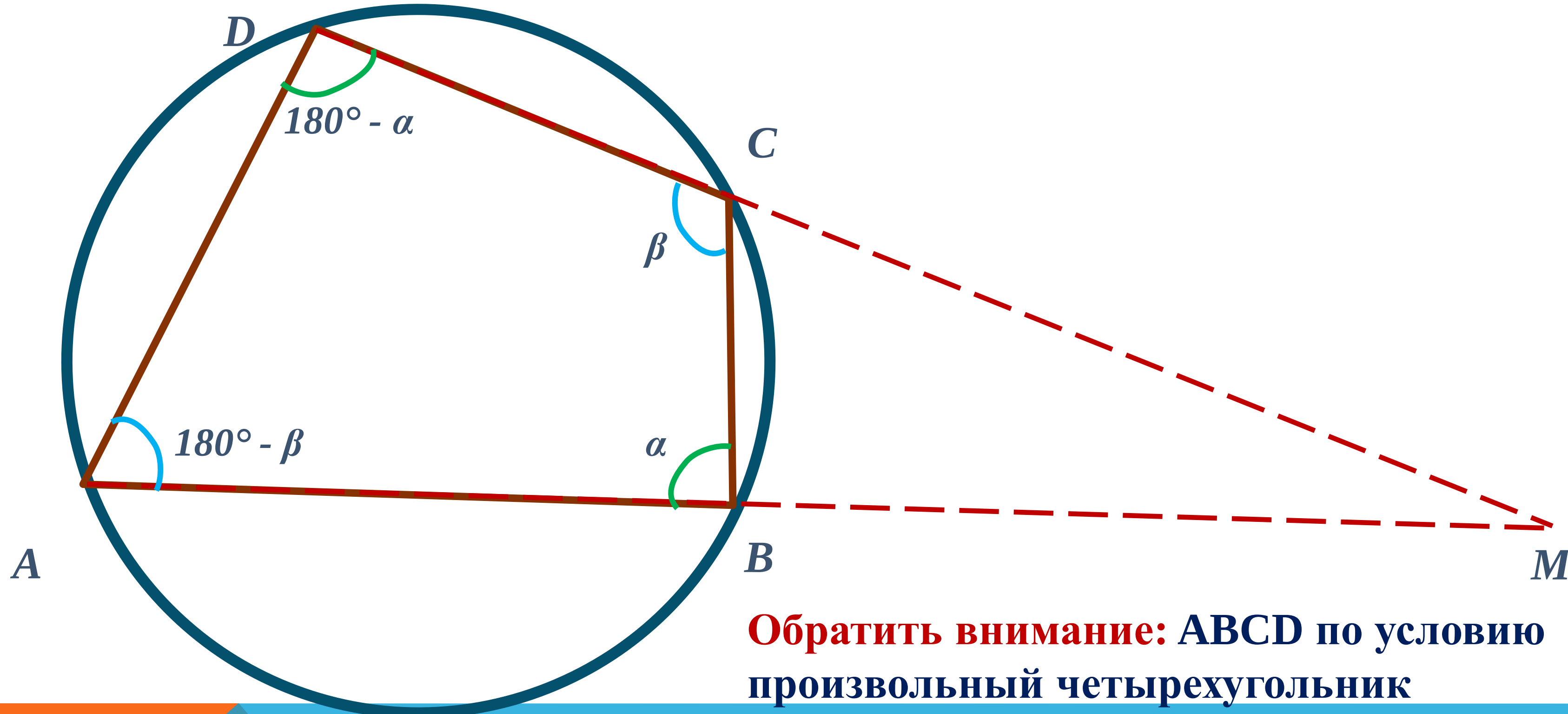
Обратить внимание: из равенства Δ AOB и Δ COD не следует равенство отрезков OF и OE.

Пример 3. В параллелограмме ABCD диагонали BD и AC пересекаются в точке K. Докажите, что площадь параллелограмма ABCD в четыре раза больше площади треугольника AKD.



Обратить внимание: обоснование KF=1/2 BH.

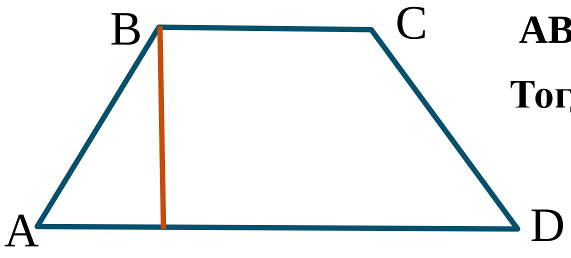
Пример 6. **Известно, что около четырехугольника ABCD можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырехугольника пересекаются в точке M. Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.**



Обратить внимание: **ABCD по условию произвольный четырехугольник**

НАЙДИТЕ ПЛОЩАДЬ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА *ABCD*, ЕСЛИ ИЗ ЧЕТЫРЁХ СЛЕДУЮЩИХ УТВЕРЖДЕНИЙ О НЁМ ТРИ ИСТИННЫ, А ОДНО ЛОЖНО:
1) *ABCD*—КВАДРАТ;
2) *ABCD*—ТРАПЕЦИЯ С ТРЕМЯ РАВНЫМИ СТОРОНАМИ;
3) ПЕРИМЕТР ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА *ABCD* РАВЕН 52;
4) СУММА ДЛИН ТРЁХ СТОРОН ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА *ABCD* НА 8 БОЛЬШЕ ДЛИНЫ ЕГО ЧЕТВЁРТОЙ СТОРОНЫ.

1. **Если ABCD квадрат, то 2 и 4 утверждения ложны, что противоречит условию задачи, значит ABCD не квадрат.**
2.



ABCD – трапеция, AB = BC = CD = x, AD = y.

Тогда по условию 4) 3x = y + 8; по условию 3) 3x + y = 52.

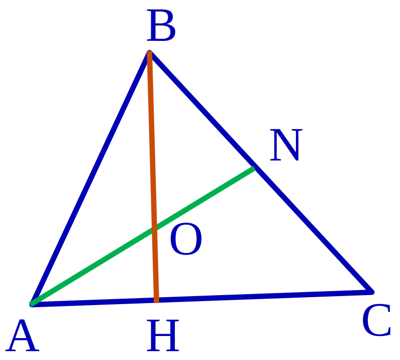
$$\begin{cases} 3x = y + 8; \\ 3x + y = 52. \end{cases}$$

$$x = 10, y = 22.$$

$$S = \frac{10 + 22}{2} \cdot 8 = 128$$

Ответ: 128

В ТРЕУГОЛЬНИКЕ ABC БИССЕКТРИСА УГЛА A ДЕЛИТ ВЫСОТУ, ПРОВЕДЁННУЮ ИЗ ВЕРШИНЫ B, В ОТНОШЕНИИ 5 : 4, СЧИТАЯ ОТ ТОЧКИ B. НАЙДИТЕ РАДИУС ОКРУЖНОСТИ, ОПИСАННОЙ ОКОЛО ТРЕУГОЛЬНИКА ABC, ЕСЛИ BC = 12.



$\Delta\, ABH$: 1) AO – биссектриса, значит $AB : AH = BO : OH = 5 : 4$

2) $BH \perp AH$, значит $cosA = \frac{AH}{AB} = \frac{4}{5}$.

3) AB = 5t, AH = 4t, по т. Пифагора $BH^2 = AB^2 - AH^2$,

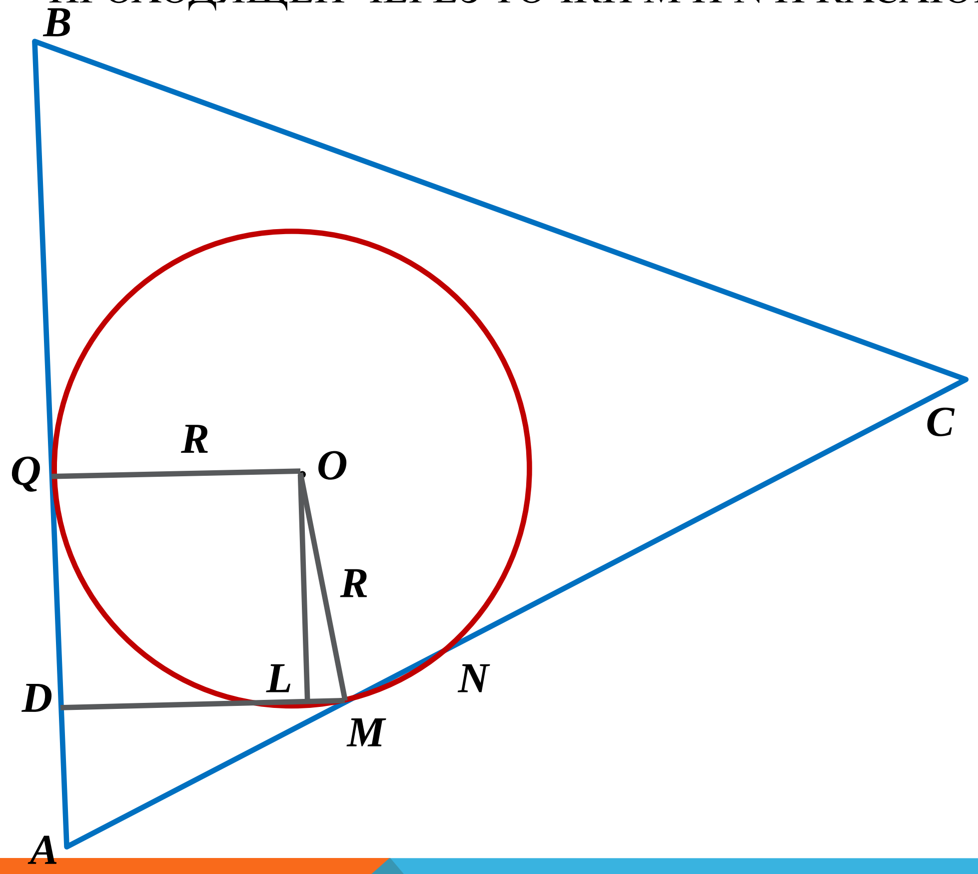
$BH = \sqrt{25t^2 - 16t^2}$=3t.

4) sin A= $\frac{BH}{AB} = \frac{3t}{5t} = \frac{3}{5}$.

$\Delta\, ABC$: $\frac{BC}{sinA} = 2R$, значит $R = \frac{12}{2 \cdot 0{,}6} = 10$.

Ответ: 10

ТОЧКИ M И N ЛЕЖАТ НА СТОРОНЕ AC ТРЕУГОЛЬНИКА ABC НА РАССТОЯНИЯХ СООТВЕТСТВЕННО 9 И 11 ОТ ВЕРШИНЫ A. НАЙДИТЕ РАДИУС ОКРУЖНОСТИ, ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ТОЧКИ M И N И КАСАЮЩЕЙСЯ ЛУЧА AB, ЕСЛИ COS∠BAC= $\frac{\sqrt{11}}{6}$.



ΔADM: $\angle D = 90°, DM = AMsinA, sinA = \sqrt{1 - \frac{11}{36}} = \frac{5}{6}$.

$DM = 9 \cdot \frac{5}{6} = 7{,}5.\quad LM = DM - R = 7{,}5 - R$.

$AD = 9cosA = \frac{9\sqrt{11}}{6} = \frac{3\sqrt{11}}{2}$.

AQ – касательная, AM – секущая. По теореме о квадрате касательной

$$AQ^2 = AM \cdot AN, AQ^2 = 9 \cdot 11, \qquad AQ = 3\sqrt{11}.$$

$DQ = AQ - AD = 3\sqrt{11} - 1{,}5\sqrt{11} = 1{,}5\sqrt{11}$.

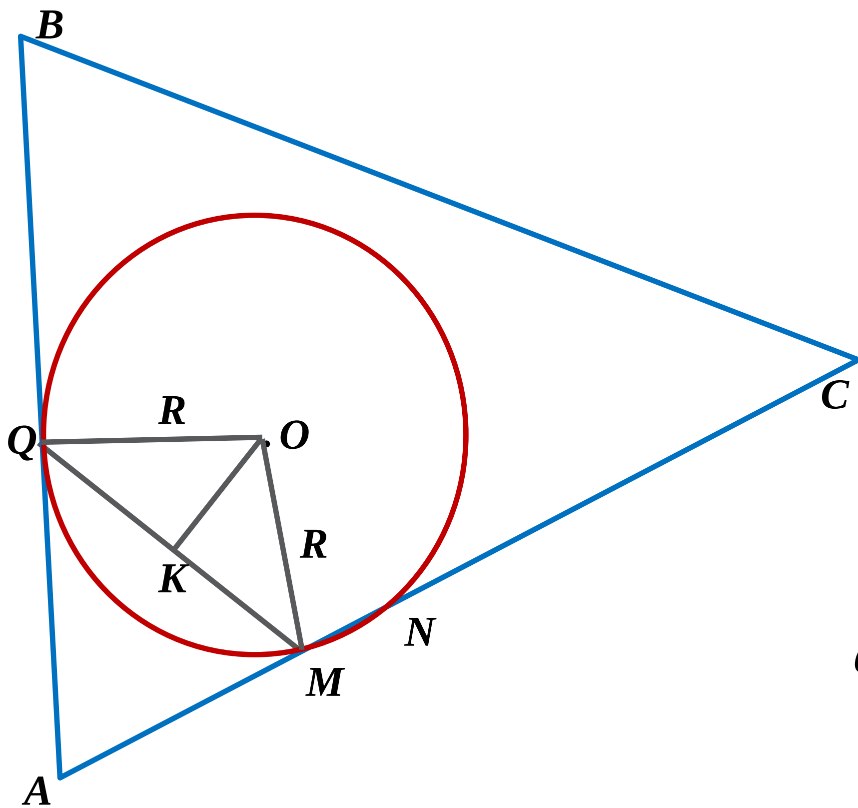
ΔOLM: $R^2 = \frac{9 \cdot 11}{4} + \left(\frac{15}{2} - R\right)^2$

$$R^2 = \frac{99}{4} + \frac{225}{4} - 2 \cdot \frac{15}{2} R + R^2$$

$$15R = \frac{99 + 225}{4}$$

$$R = \frac{324}{4 \cdot 15} = \frac{81}{15} = \frac{27}{5} = 5{,}4$$

Ответ: 5,4.



$AQ = 3\sqrt{11}$ из предыдущего решения.

ΔQAM: по теореме косинусов

$$QM^2 = AQ^2 + AM^2 - 2AQ \cdot AM\cos A$$

$$QM^2 = 99 + 81 - 2 \cdot 3\sqrt{11} \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = 180 - 99 = 81.$$

$QM = 9$, значит ΔQAM – равнобедренный.

$\angle AQM = \frac{1}{2} \cup DM$, как угол между касательной и хордой.

Значит $\angle AQM = \frac{1}{2}\angle QOM$.

ΔQOM: Т. к. ΔQAM – равнобедренный и $OK \perp MQ$, то OK – биссектриса и медиана.

Значит $\angle QOK = \angle QAM$.

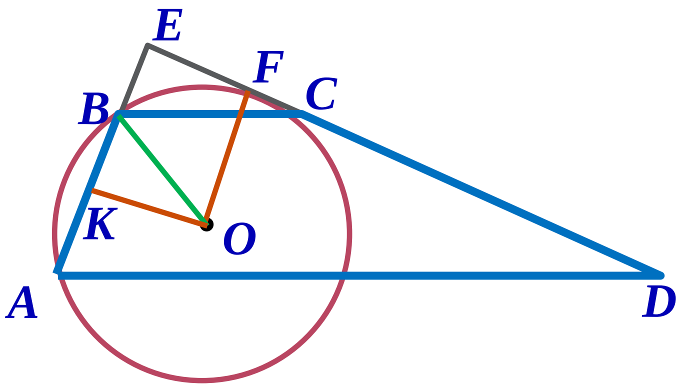
$QK = \frac{1}{2}QM = \frac{9}{2}$.

$$\frac{QK}{R} = \sin A, \qquad \frac{QK}{\sin A} = R$$

$$R = \frac{9 \cdot 6}{2 \cdot 5} = 5{,}4$$

Ответ: 5,4.

В ТРАПЕЦИИ ABCD ОСНОВАНИЯ AD И BC РАВНЫ СООТВЕТСТВЕННО 33 И 11, А СУММА УГЛОВ ПРИ ОСНОВАНИИ AD РАВНА 90°. НАЙДИТЕ РАДИУС ОКРУЖНОСТИ, ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ТОЧКИ A И B И КАСАЮЩЕЙСЯ ПРЯМОЙ CD, ЕСЛИ AB=20.



Продлим стороны AB и CD до пересечения в точке E.

ΔAED: т. к. $\angle A + \angle D = 90°$, то $\angle AED = 90°$.
$\Delta AED \sim \Delta BEC$ по двум углам, $\angle E$ – общий, $\angle A = \angle EBC$, как соответственные углы при $AD \parallel BC$ и секущей AB.

Пусть *BE=x*, тогда *AE=x+20.*

$\frac{x}{x+20} = \frac{11}{33}$; $\frac{x}{x+20} = \frac{1}{3}$.

3x =20+x

2x=20

x=10 – BE, тогда *AE = 30.*

По теореме о квадрате отрезка касательной

$$EF^2 = BE \cdot AE$$

$EF^2 = 10 \cdot 30$, значит $EF = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$.

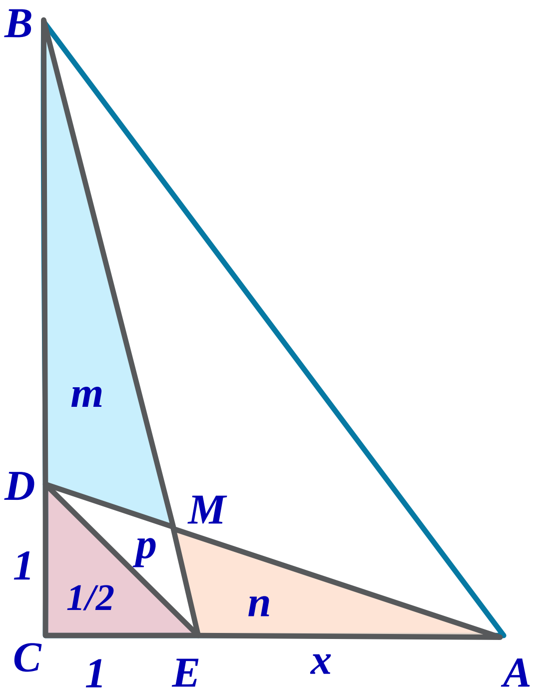
ΔBOK: $\angle BKO = 90°$; $OB = R, KB = \frac{1}{2}AB = 10$.

По теореме Пифагора $OB^2 = OK^2 + KB^2$, OK=EF, как противолежащие стороны прямоугольника.

$OB = \sqrt{300 + 100} = 20$.

Ответ: 20

В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ *ABC* ТОЧКИ *D* И *E* ЛЕЖАТ СООТВЕТСТВЕННО НА КАТЕТАХ *BC* И *AC* ТАК, ЧТО *CD*=*CE*=*1*. ТОЧКА *M* – ТОЧКА ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ОТРЕЗКОВ *AD* И *BE*. ПЛОЩАДЬ Δ *BMD* БОЛЬШЕ ПЛОЩАДИ Δ *AME* НА *1/2*. ИЗВЕСТНО, ЧТО AD = √10. НАЙДИТЕ ДЛИНУ ГИПОТЕНУЗЫ *AB*.



Пусть $AE = x$.

ΔACD: $\angle C = 90°$, по теореме Пифагора

$$AD^2 = AC^2 + CD^2$$

$(x+1)^2 + 1 = 10$; $(x+1)^2 = 9$; $x + 1 = 3$; $x = 2$.

$$AC = CE + x = 1 + 2 = 3$$

$$S_{\Delta DCE} = 0{,}5.$$

Пусть $S_{\Delta BDM} = m$, $S_{\Delta AME} = n$, $S_{\Delta DME} = p$.

$$S_{\Delta BCE} = m + p + 0{,}5 \quad (\mathbf{1})$$

$$p = S_{\Delta ACD} - n - 0{,}5 = 0{,}5 \cdot 3 \cdot 1 - n - 0{,}5 = 1 - n.$$

Тогда равенство (1) примет вид

$$S_{\Delta BCE} = m + 1 - n + 0{,}5 = (m - n) + 1{,}5 = 0{,}5 + 1{,}5 = 2.$$

$$BC = 2S_{\Delta BCE} : CE = 4 : 1 = 4$$

AB=*5*

Ответ: *5*