

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

Вариант МА9001

21 Решите уравнение $x^4 = (4x - 5)^2$.

Решение.

Исходное уравнение приводится к виду

$$(x^2 - 4x + 5)(x^2 + 4x - 5) = 0.$$

Уравнение $x^2 - 4x + 5 = 0$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 + 4x - 5 = 0$ имеет корни -5 и 1 .

Ответ: $-5; 1$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22 Имеются два сосуда, содержащие 4 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 57 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 60 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна $C_1\%$, а во втором — $C_2\%$.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{4C_1 + 16C_2}{20} = 57, \\ \frac{C_1 + C_2}{2} = 60; \end{cases} \quad \begin{cases} 4C_1 + 16C_2 = 1140, \\ C_1 + C_2 = 120, \end{cases}$$

откуда $C_1 = 65$, $C_2 = 55$. Значит, в первом сосуде содержится 2,6 кг кислоты.

Ответ: 2,6 кг.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

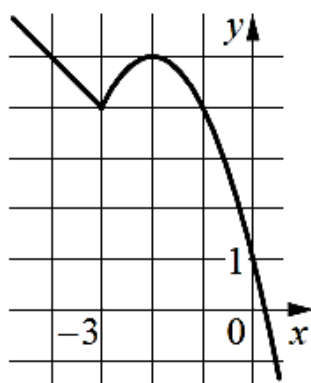
23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 4x + 1 & \text{при } x \geq -3, \\ -x + 1 & \text{при } x < -3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -x + 1$ при $x < -3$ и график функции $y = -x^2 - 4x + 1$ при $x \geq -3$.



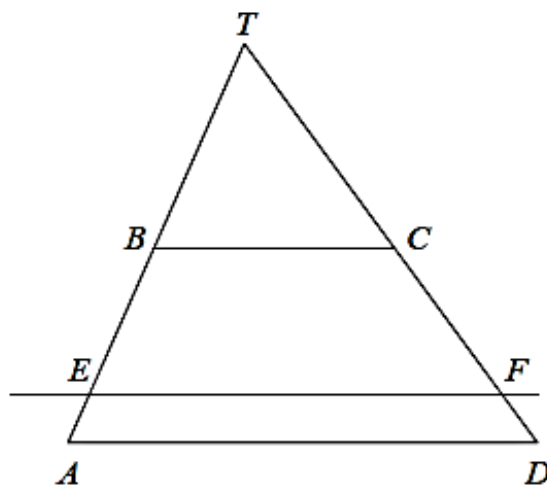
Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину параболы или через точку $(-3; 4)$. Получаем, что $m = 4$ или $m = 5$.

Ответ: 4; 5.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 45$, $BC = 20$, $CF : DF = 4 : 1$.

Решение.



Пусть T — точка пересечения прямых AB и CD . Поскольку прямые AD , EF и BC параллельны, треугольники ATD , ETF и BTC подобны. Следовательно,

$$\frac{TD}{TC} = \frac{AD}{BC} = 2,25,$$

откуда $CD = 1,25TC$, $CF = \frac{4}{5}CD = TC$, а значит, $TF = 2TC$.

Получаем $\frac{EF}{BC} = \frac{TF}{TC} = 2$, откуда $EF = 40$.

Ответ: 40.

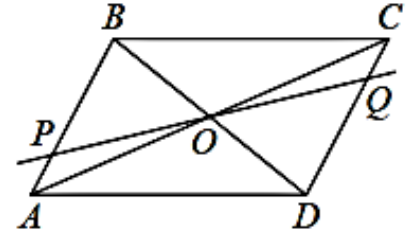
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.

Доказательство.

В треугольниках BPO и DQO стороны BO и DO равны по свойству диагоналей параллелограмма, $\angle PBO = \angle QDO$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых AB и CD и секущей BD , а $\angle POB = \angle QOD$ как вертикальные углы.



Значит, треугольники BPO и DQO равны по стороне и двум прилежащим к ней углам. Следовательно, отрезки BP и DQ равны.

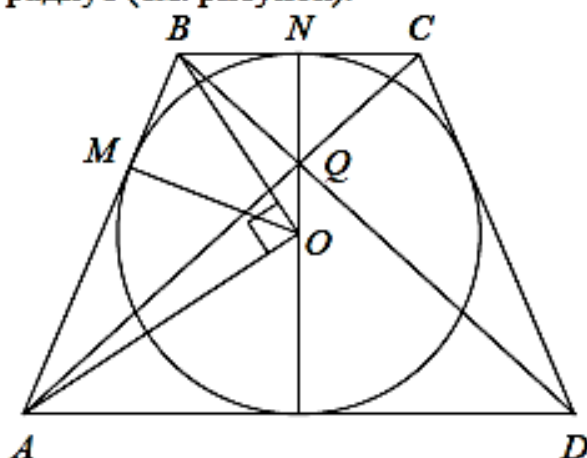
Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 200, а площадь равна 1500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB , N — со стороной BC , Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рисунок).



Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований, то есть 100, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 100r.$$

Значит, $r = 15$.

Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$. Поскольку AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем, что $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; \quad AM(AB - AM) = r^2; \quad AM(50 - AM) = 225.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 45$. Тогда $AD = 90$, $BC = 10$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффициентом 9, значит, высота QN треугольника BQC составляет $\frac{1}{10}$ высоты трапеции, то есть диаметра окружности. Следовательно,

$$QN = \frac{1}{10} \cdot 30 = 3.$$

Ответ: 3.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл