

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

Вариант МА9004

21

Решите уравнение $x^4 = (3x - 4)^2$.

Решение.

Исходное уравнение приводится к виду

$$(x^2 - 3x + 4)(x^2 + 3x - 4) = 0.$$

Уравнение $x^2 - 3x + 4 = 0$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 + 3x - 4 = 0$ имеет корни -4 и 1 .

Ответ: $-4; 1$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Имеются два сосуда, содержащие 24 кг и 26 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 39% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна $C_1\%$, а во втором — $C_2\%$.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{24C_1 + 26C_2}{50} = 39, \\ \frac{C_1 + C_2}{2} = 40; \end{cases} \quad \begin{cases} 24C_1 + 26C_2 = 1950, \\ C_1 + C_2 = 80, \end{cases}$$

откуда $C_1 = 65$, $C_2 = 15$. Значит, в первом сосуде содержится $15,6$ кг кислоты.

Ответ: $15,6$ кг.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

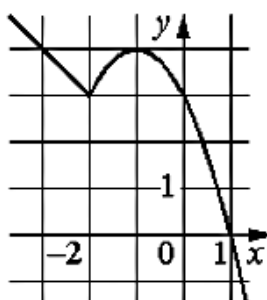
23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & \text{при } x \geq -2, \\ -x + 1 & \text{при } x < -2. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -x + 1$ при $x < -2$ и график функции $y = -x^2 - 2x + 3$ при $x \geq -2$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину параболы или через точку $(-2; 3)$. Получаем, что $m = 3$ или $m = 4$.

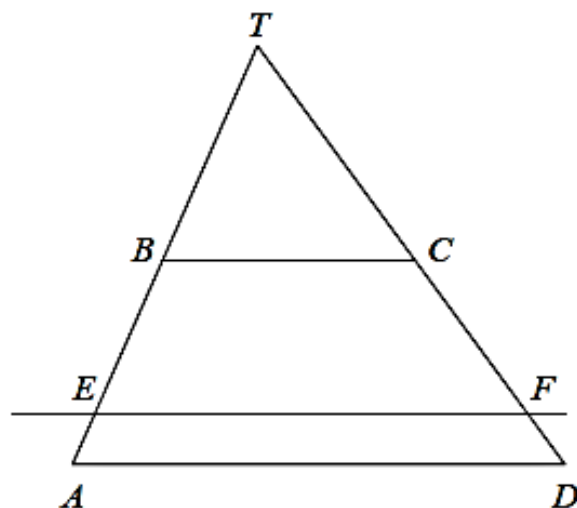
Ответ: 3; 4.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

24

Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 36$, $BC = 18$, $CF : DF = 7 : 2$.

Решение.



Пусть T — точка пересечения прямых AB и CD . Поскольку прямые AD , EF и BC параллельны, треугольники ATD , ETF и BTC подобны. Следовательно,

$$\frac{TD}{TC} = \frac{AD}{BC} = 2,$$

откуда $CD = TC$, $CF = \frac{7}{9}CD = \frac{7}{9}TC$, а значит, $TF = \frac{16}{9}TC$.

Получаем $\frac{EF}{BC} = \frac{TF}{TC} = \frac{16}{9}$, откуда $EF = 32$.

Ответ: 32.

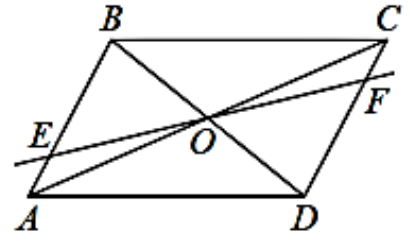
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.

Доказательство.

В треугольниках AEO и CFO стороны AO и CO равны по свойству диагоналей параллелограмма, $\angle EAO = \angle FCO$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых AB и CD и секущей AC , а $\angle EOA = \angle FOC$ как вертикальные углы.



Значит, треугольники AEO и CFO равны по стороне и двум прилежащим к ней углам. Следовательно, отрезки AE и CF равны.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

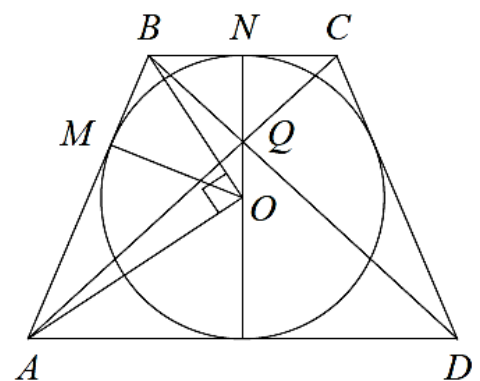
В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 40, а площадь равна 80, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB , N — со стороной BC , Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рисунок).

Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований, то есть 20, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 20r.$$



Значит, $r = 4$.

Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$. Поскольку лучи AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; \quad AM(AB - AM) = r^2; \quad AM(10 - AM) = 16.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 8$. Тогда $AD = 16$, $BC = 4$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффициентом подобия 4, значит, высота QN треугольника BQC

составляет $\frac{1}{5}$ высоты трапеции, то есть диаметра вписанной в неё окружности.

Следовательно, $QN = \frac{1}{5} \cdot 8 = 1,6$.

Ответ: 1,6.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>